CAPÍTULO VII
Inducción electromagnética

Fundamento teórico

I.- Ley de Faraday-Henry

Ia.- Ley de Faraday-Henry

Dada una curva cerrada en el espacio *C*, y *S* una superficie cualquiera delimitada por *C* (figura *7-1-a*) la ley de Faraday-Henry establece que, si el flujo de campo magnético $\vec{B}$ a través de *S* varía con el tiempo, aparece un campo eléctrico inducido $\vec{E}$, no conservativo, cuya circulación a lo largo de *C* viene dada por

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}\,.$$

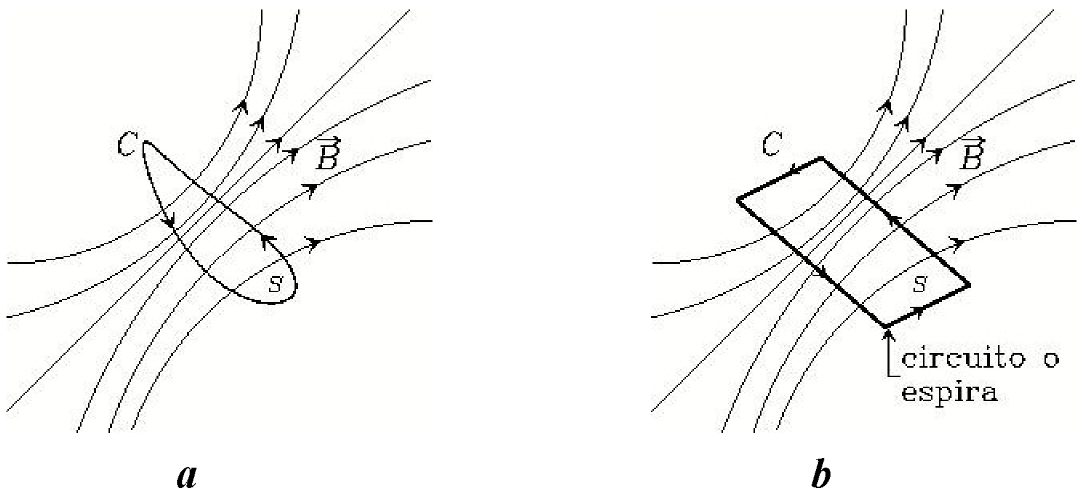

Figura 7-1

Ib.- Fuerza electromotriz e intensidad inducidas

Si la curva *C* corresponde a un circuito cerrado o espira (figura *7-1-b*), el flujo de campo $\vec{B}$ variable con el tiempo provoca una fuerza electromotriz (fem) inducida en la espira, ε_{ind} :

$$\varepsilon_{ind} = \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}\,,$$

de manera que la intensidad de la corriente inducida en la espira vale

$$I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{Z}\,,$$

siendo Z la impedancia del circuito.

Ic.- Ley de Lenz

El signo menos en la ley de Faraday-Henry constituye la ley de Lenz, la cual establece que el sentido de la corriente inducida es tal que genera un campo $\vec{B}_{ind}$ en la espira que se opone a la variación de flujo que lo originó.

Id.- Variación temporal del campo magnético

Es la primera de las razones por las que puede aparecer una fem inducida en una espira. En tal caso,

$$\varepsilon_{ind} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} \, .$$

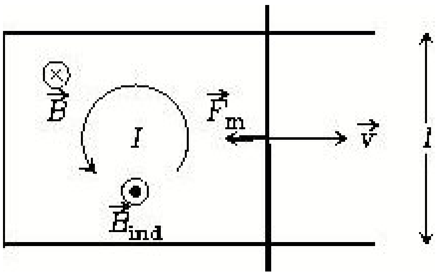

Figura 7-2

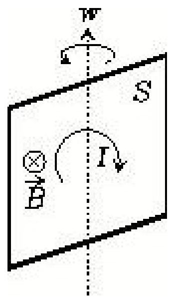

Figura 7-3

Ie.- Variación de la superficie de la espira

Es la segunda de las razones por las que puede aparecer una fem inducida en una espira. En el caso sencillo de la figura *7-2*, con un lado móvil,

$$\varepsilon_{ind} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\vec{B} \cdot \frac{d\vec{S}}{dt} = -B\, l\, v \, .$$

Aparecerá siempre una fuerza magnética $\vec{F}_m$ sobre el lado móvil que se opondrá al movimiento que generó la fem inducida.

If.- Variación del ángulo formado entre la superficie de la espira y el campo magnético

Es la tercera de las razones por las que puede aparecer una fem inducida en una espira. En el caso sencillo de una espira plana de superficie S que gira con velocidad angular ω en el seno de un campo $\vec{B}$ constante y uniforme (figura *7-3*),

$$\varepsilon_{ind} = B\, S\, \omega \operatorname{sen}(\omega\, t + \varphi_0)$$

donde φ_0 representa el ángulo formado entre $\vec{B}$ y $\vec{S}$ en el instante $t = 0$.

II.- Autoinducción

IIa.- Fuerza electromotriz autoinducida

Dado un circuito por el que circula una corriente I dependiente del tiempo, ésta provocará una variación temporal del flujo de campo $\vec{B}$ a través de la superficie de la espira y aparecerá una fem autoinducida de valor

$$\varepsilon_{ind} = -L\frac{dI}{dt},$$

donde L es el coeficiente de autoinducción del circuito, dependiente sólo de su geometría y de la posible presencia de materiales magnéticos.

IIb.- Coeficiente de autoinducción de un solenoide

Dado un solenoide recto (figura *7-4*) de N espiras, longitud l y sección S, con un núcleo de material magnético de permeabilidad μ, su coeficiente de autoinducción vale

$$L = \mu\frac{N^2 S}{l}.$$

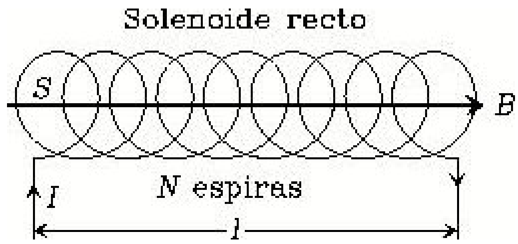

Figura 7-4

IIc.- Extracorrientes de cierre y apertura

Dado el circuito de la figura *7-5*, al cerrarse en el instante inicial $t = 0$ (interruptor en posición a) aparecerá una fem autoinducida ε_{ind} que se opondrá a la fem del generador, ε de forma que

$$\varepsilon + \varepsilon_{ind} = IR \Rightarrow \varepsilon - L\frac{dI}{dt} = IR,$$

donde R es la resistencia eléctrica del circuito e I es la intensidad. La solución de esta ecuación diferencial es

$$I(t) = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right),$$

donde la constante de tiempo τ viene dada por

$$\tau = \frac{L}{R},$$

e I_0 es la intensidad que se alcanza de forma asintótica:

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}.$$

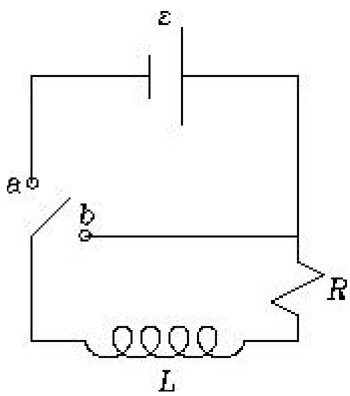

Figura 7-5

Al término $I_0 e^{-t/\tau}$ se le llama extracorriente de cierre.

Al abrir el circuito (interruptor en posición b) habrá de nuevo una fem autoinducida ε_{ind} que se opondrá a la disminución drástica de la intensidad I, de forma que

$$\varepsilon_{ind} = IR \Rightarrow -L\frac{dI}{dt} = IR,$$

cuya solución es

$$I(t) = I_0 e^{-t/\tau}.$$

Al término $I_0 e^{-t/\tau}$ se le llama extracorriente de apertura.

III.- Energía del campo magnético

IIIa.- Densidad de energía del campo magnético

Dado un elemento de volumen dV cualquiera donde el campo magnético vale $\vec{B}$ y el vector excitación magnética vale $\vec{H}$, la densidad de energía del campo magnético es

$$u_M = \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$$

IIIb.- Energía del campo magnético

La energía del campo magnético contenida en un volumen V tiene por valor

$$U_M = \frac{1}{2}\int_V \vec{B}\cdot\vec{H}\,dv.$$

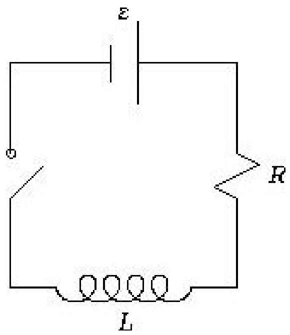

Figura 7-6

IIIc.- Energía magnética de un circuito

Dado un circuito formado por una resistencia R y una autoinducción de coeficiente L (figura *7-6*), la energía magnética que posee es el trabajo necesario para generar en él una corriente de intensidad I en contra de la fem autoinducida, y tiene por valor

$$U_M = \frac{1}{2}LI^2$$

IV.- Ley de Ampere-Maxwell

IVa.- Ley de Ampere-Maxwell y corriente de desplazamiento

Dada una curva cerrada cualquiera C, y S una superficie cualquiera delimitada por C, la circulación del campo magnético $\vec{B}$ a lo largo de C es

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu\int_S\left(\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S},$$

donde $\vec{D}$ es el vector desplazamiento eléctrico y al término

$$\mu\int_S \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

se le denomina corriente de desplazamiento de Maxwell.